電験３種 奮闘講座　送電線の電気的特性

電験予備校 東京電気学院（不許複製）

【問題】

こう長 20 kmの三相 3 線式 1 回線架空送電線が、受電端電圧 65kV、有効電力 38MW、力率 0.8（遅れ）の負荷に電力を供給しているとき、次の (a)及び (b)の問に答えよ。ただし、電線 1 線あたりの抵抗は0.2Ω/km、1 線あたりの作用インダクタンスによるリアクタンスは0.3Ω/kmとする。また、送電端電圧と受電端電圧との相差角は小さいものとする。

(a) 受電端電圧に対する線路電圧降下の割合を示す電圧降下率 ε[%] はいくらか。

(b) 送電端電力に対する線路電力損失の割合を示す送電損失率 p_s[%]はいくらか。

【解答】

（ａ）三相 3 線式送電線路において負荷が平衡している場合、電源が三相平衡電圧であれば線路に流れる電流は三相平衡電流となることから、配電線や短距離送電線においては図 1 のような等価単相回路として取り扱うことができる。ただし、この場合の電圧は、線間電圧ではなく相電圧であり、等価回路の帰路は仮想中性線（N − N′）を表す。

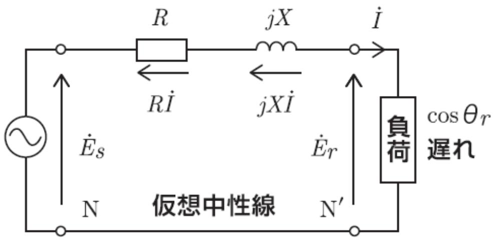

図１　１相分の等価回路

ただし、

E_s[V]：送電端相電圧

E_r[V]：受電端相電圧

I[A]：線路電流

R[Ω]：線路全抵抗

X[Ω]：線路全リアクタンス

Z[Ω]：線路合成インピーダンス

図 1の等価回路より、キルヒホッフの電圧則を立式する。

$$\dot{E}_s = \dot{E}_r + R\dot{I} + jX\dot{I}[\mathrm{V}] \cdots ①$$

① 式より、図 2 のベクトル図を作図する。(基準ベクトルを$\dot{E}_r$、力率$\cos\theta_r$は遅れ 0.8 とする）

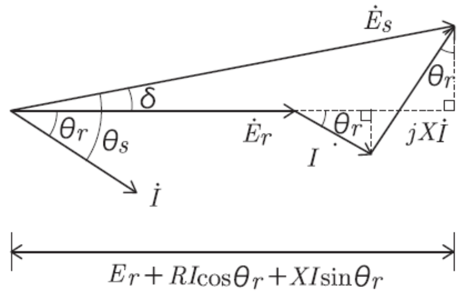

図２　１相分のベクトル図

図 2において、本題のように送電端力率角 θ_s と受電端力率角 θ_rの差（相差角$\delta = \theta_s - \theta_r$）が十分小さいと考えられるとき、次式が成り立つ。

$$E_s \fallingdotseq E_r + RI\cos\theta_r + XI\sin\theta_r \cdots ②$$

②式より 1線あたりの電圧降下 v_1を表す式（簡易式）を以下に示す。

$$v_1 \fallingdotseq E_s - E_r$$
$$= RI\cos\theta_r + XI\sin\theta_r$$
$$\therefore v_1 = I(R\cos\theta_r + X\sin\theta_r) \cdots ③$$

③式から線間電圧を用いて三相 3 線式線路の電圧降下を vとすると、以下の式で示される。

$$v = V_s - V_r = \sqrt{3}E_s - \sqrt{3}E_r$$
$$= \sqrt{3}v_1 = \sqrt{3}I(R\cos\theta_r + X\sin\theta_r)$$
$$\therefore\ v = \sqrt{3}I(R\cos\theta_r + X\sin\theta_r) \cdots ④$$

ただし、V_s：送電端線間電圧

V_r：受電端線間電圧

線路電流 Iは、負荷の有効電力 P_rから以下のとおり求めることができる。

$$I = \frac{P_r}{\sqrt{3}V_r\cos\theta_r} = \frac{38\times10^6}{\sqrt{3}\times65\times10^3\times0.8}$$
$$\fallingdotseq 421.9\text{A}$$

電圧降下率 εは、題意より以下の式で表される。

$$\varepsilon = \frac{v}{V_r}\times100[\%]$$
$$= \frac{\sqrt{3}I(R\cos\theta_r + X\sin\theta_r)}{V_r}\times100 \cdots ⑤$$

ここで、

線路全抵抗 $R = 0.2\times20 = 4.0\Omega$

線路全リアクタンス $X = 0.3\times20 = 6.0\Omega$

$\sin\theta_r = \sqrt{1-\cos^2\theta_r} = \sqrt{1-0.8^2} = 0.6$

であるから、各数値を⑤式に代入して電圧降下率 εを求める。

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{3}\times421.9\times(4.0\times0.8+6.0\times0.6)}{65\times10^3}\times100$$
$$\fallingdotseq 7.64\%\text{（答）}$$

【試算】簡易式と精密式との比較

解答では、送電端相電圧を簡易式による近似値として求めたが、精密式ではどのような値になるか、試しに計算してみる。

精密式による$\dot{E}_s$の大きさ E_sは、図 2から三平方の定理を用いて、以下のとおり表される。

$$E_s^2 = (E_r + RI\cos\theta_r + XI\sin\theta_r)^2 + (XI\cos\theta_r - RI\sin\theta_r)^2$$

$$\therefore E_s = \sqrt{\{E_r + I(R\cos\theta_r + X\sin\theta_r)\}^2 + \{I(X\cos\theta_r - R\sin\theta_r)\}^2} \cdots ⑥$$

⑥式に数値を代入して送電端相電圧を求める。

$$E_s = \sqrt{\left\{\frac{65\times10^3}{\sqrt{3}} + 421.9\times(4\times0.8+6\times0.6)\right\}^2 + \{421.9\times(6\times0.8-4\times0.6)\}^2}$$
$$= \sqrt{40397^2 + 1013^2}$$
$$\fallingdotseq 40410\ \text{V}$$

精密式から求めた送電端線間電圧 V_sは、

$$V_s = \sqrt{3}E_s = \sqrt{3}\times40410$$
$$\fallingdotseq 69992 \fallingdotseq 70.0\text{kV}$$

一方簡易式では、③式より、

$$E_s = E_r + I(R\cos\theta_r + X\sin\theta_r)$$
$$= \frac{V_r}{\sqrt{3}} + I(R\cos\theta_r + X\sin\theta_r)$$
$$= \frac{65\times10^3}{\sqrt{3}} + 421.9\times(4\times0.8+6\times0.6)$$
$$\fallingdotseq 40397\ \text{V}$$

簡易式から求めた送電端線間電圧 V_sは、

$$V_s = \sqrt{3}E_s = \sqrt{3}\times40397$$
$$\fallingdotseq 69970 \fallingdotseq 70.0\text{kV}$$

どちらも有効数字を 3けたとした場合、同じ答えとなった。

また、精密式を用いて求めた電圧降下率 εは題意より、

$$\varepsilon = \frac{v}{V_r}\times100[\%]$$
$$= \frac{V_s - V_r}{V_r}\times100 = \left(\frac{V_s}{V_r} - 1\right)\times100$$
$$= \left(\frac{69992}{65\times10^3} - 1\right)\times100$$
$$\fallingdotseq 7.68\%$$

となり、リアクタンス Xが小さい場合は、簡易式を用いても実用上は問題のない数値となることがわかる。

（ｂ）送電端電力 P_sは、受電端電力P_rに送電線の電力損失w（送電損失）を加えた電力であるから、送電損失率 p_sは題意より、以下の式で表される。

$$p_s = \frac{w}{P_s} \times 100 = \frac{w}{P_r + w} \times 100$$

$$= \frac{3I^2R}{P_r + 3I^2R} \times 100[\%] \cdots ⑦$$

ただし、電力損失$w = 3I^2R$[W]

※**電力損失は抵抗のみで生じる。**

⑦式に数値を代入して送電損失率 p_sを求める。

$$p_s = \frac{3 \times 421.9^2 \times 4.0}{38 \times 10^6 + 3 \times 421.9^2 \times 4.0} \times 100$$

≒ 5.32%（答）

【補足】

◆作用インダクタンス

回路に電流が流れると磁束が生じ、その磁束は電流と鎖交すること、また自己インダクタンスは、コイルに流れる電流が変化することで誘導起電力が発生し、その誘導起電力の大きさを決めるコイル特有の値であることを電磁気で学習した。

送配電線も電流が流れる回路であり、電線のまわりには磁束が発生し、その磁束は電流と鎖交する。そもそも**自己インダクタンス**は、電流が流れる回路とそこに鎖交する磁束の割合を示す量であり、送電線のように電線のみでコイルがなくても、必ず自己インダクタンスが存在する。また、自己インダクタンスは、その定義より、電流が流れる電線の始端から終端まで一様に存在すると考える必要がある。加えて、送電線は三相 3 線式であるから、それぞれの電線に電流が流れるため、他の電流により生じた磁束が鎖交することで**相互インダクタンス**も同様に存在する。

送配電線を電気回路として取り扱う場合、これら自己インダクタンスと相互インダクタンスを一括して**作用インダクタンス**といい、抵抗や静電容量などの定数を含めて**線路定数**という。

また、本題のような短距離送電線や配電線の電気的特性を考える場合、抵抗や作用インダクタンスは一箇所に集中して存在する一つの素子として取り扱って問題ない。この場合の等価回路を**集中定数回路**という。

一般的に用いる作用インダクタンスは、三相平衡電流が流れた場合の値を表しており、地絡故障で大地に故障電流が流れるなど、電線以外に電流が流れる場合は違う値を示す。

◆交流回路計算の復習

＜交流電力＞

交流電力の直流電力との大きな違いは、電圧と電流に位相差θがあることにより 3種類の電力（有効電力、無効電力、皮相電力）が存在することである。

①皮相電力 S

電圧 Vと電流 Iの積 $V \cdot I$で表され、見かけ上の電力といわれる。電圧がわかれば皮相電力から電流が直に求まり、変圧器や発電機など電気機器の定格容量を表す場合に用いる。

$$S = V \cdot I[\mathrm{VA}]$$

② 有効電力 P（平均電力）

電圧 Vと、電流のうち電圧と同相の成分（$I\cos\theta$）との積により生じる電力であり、負荷においては消費電力を表す。

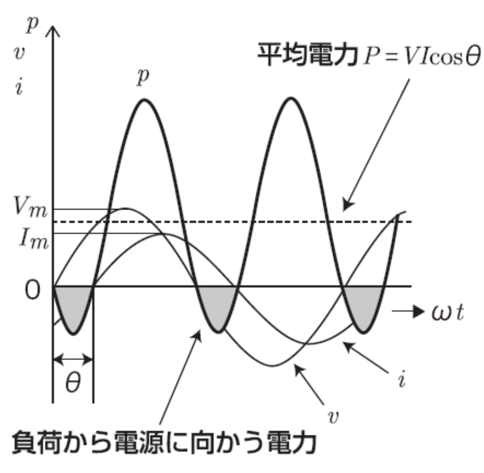

図３－１　位相差 θがある場合の波形

遅れ力率($\cos\theta$)の負荷をもつ単相回路において負荷に発生する電力を考える。図 3 − 1の波形から、電圧 v、電流 iによる瞬時電力 pは以下の式で表される。

$$p = vi = V_m\sin\omega t \cdot I_m\sin(\omega t - \theta)$$
$$= \sqrt{2}V\sin\omega t \cdot \sqrt{2}I\sin(\omega t - \theta)$$
$$= 2V \cdot I\sin\omega t \cdot \sin(\omega t - \theta)$$
$$= V \cdot I\{\cos\theta - \cos(2\omega t - \theta)\}$$
$$= V \cdot I\cos\theta - V \cdot I\cos(2\omega t - \theta) \cdots ⑧$$

ただし、

$v = \sqrt{2}V\sin\omega t$

$i = \sqrt{2}I\sin(\omega t - \theta)$

V_m：最大電圧、I_m：最大電流

V：電圧実効値、I：電流実効値

ω：角周波数

⑧式より、電圧と電流に位相差がある回路の瞬時電力は、図 3 − 2の時間 tを含まない第 1項の一定値と、図 3 − 3 の 2倍の周期で変化する第 2項の成分の合成であることがわかる。交流電力は、瞬時電力 pの 1周期の平均値と定義されることから、第 2項の平均は零となり、有効電力 P（平均電力）は第 1項のみが残り、以下の式で示される。

$$P = V \cdot I\cos\theta[\mathrm{W}] \cdots ⑨$$

また、⑨式の力率 $\cos\theta$をインピーダンスを用いて表すと、以下のとおり、電力損失の式に書き直すことができる。

$$P = V \cdot I\cos\theta = V \cdot I \cdot \frac{R}{Z}$$
$$= I \cdot \frac{V}{Z} \cdot R = I^2R$$

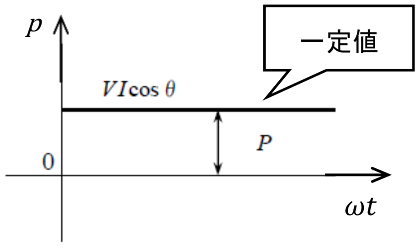

図3 − 2　⑧式右辺第 1項の波形

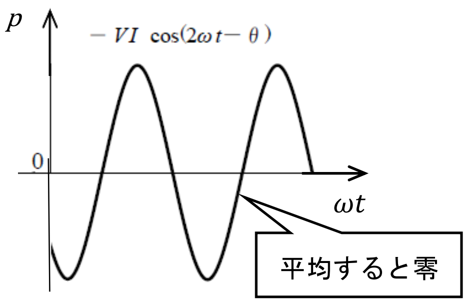

図3 − 3　⑧式右辺第 2項の波形

電圧 vと電流 iが同相の場合、瞬時電力 pは正の成分のみとなるが、図 3 − 1のような位相差があると、電圧 vと電流 iの方向が一致しない場合があり、その部分の瞬時電力 pは負の値（成分）を示す。すなわち、電圧と電流に位相差がある場合の瞬時電力の最大値は、電圧と電流の最大値の積より小さくなることがわかる。

③無効電力 Q

負荷で消費されない（仕事をしない）電力であり、インダクタンス（L）や静電容量（C）などの回路素子によって電圧と電流に位相差が生まれた場合に発生する電力。力率の大きさにより変化し、電圧の維持に大きく影響する。

$$Q = V \cdot I\sin\theta[\mathrm{var}]$$

ここで、負荷力率（無効電力）と受電端電圧の関係について、図 1の等価回路から抵抗 Rを無視した回路で説明する。

送電端電圧を一定とし、負荷力率が 1 の場合、図 4 − 1のとおり、受電端電圧はリアクタンスによる電圧降下で低下する。

次に遅れ力率零の負荷の場合、図 4 − 2のとおり、リアクタンスによる電圧降下が送電端電圧と同相となり、受電端電圧はリアクタンスによる電圧降下の影響を最も大きく受け、電圧低下が最大となる。

図 4 − 3は進み力率零の負荷の場合を表しており、進み電流の影響からリアクタンスによる電圧降下が送電端電圧と逆位相となり、受電端の電圧上昇として作用することから、送電端電圧に比べ受電端電圧が高くなる。これを**フェランチ効果**という。なお、本例は負荷が進み力率

零の極端な例を示しているが、軽負荷や無負荷の系統において、需要家の進相用コンデンサや長距離地中ケーブル系統など、線路電流に進み電流の成分が占める割合が大きい場合にもフェランチ効果が生じる。

これらは、線路インピーダンスが、抵抗分に比べリアクタンス分が大きい（一般に抵抗の5~30倍）中長距離送電線で顕著になる。

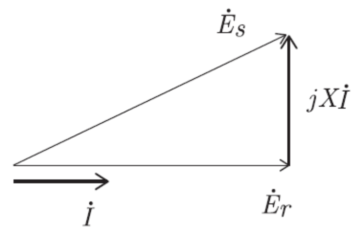

図4－1　力率1の負荷

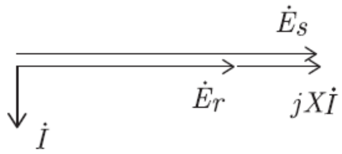

図4－2　遅れ力率零の負荷

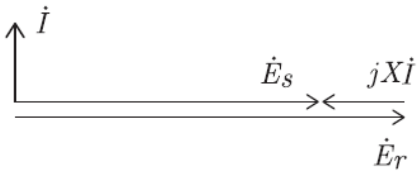

図4－3　進み力率零の負荷

最後に、電圧と電流の基本ベクトルを基に各電力の関係を表した電力ベクトルを図5に示す。各電力の定義式の意味合いを理解してほしい。

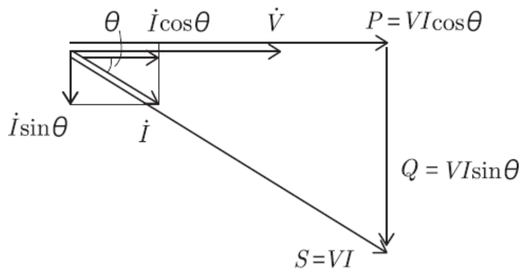

図5　電力ベクトル

④三相電力

図6の平衡三相回路において、各相電圧の瞬時値をe_a、e_b、e_c、線電流の瞬時値をi_a、i_b、i_c、また、電圧電流の最大値をE_mならびにI_m、電圧電流の実効値をEならびにI、電圧と電流の位相差をθとすれば、各相の電圧電流は以下の式で表される。

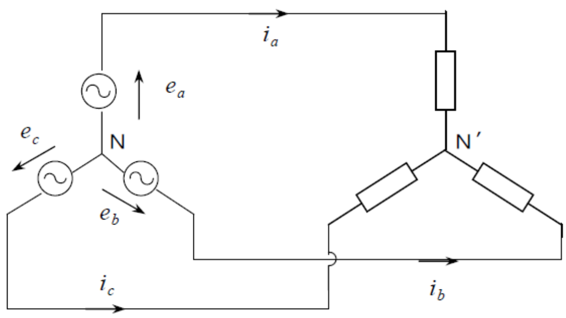

図6　平衡三相回路（Y結線）

a相　$e_a = E_m \sin\omega t$

$$i_a = I_m \sin(\omega t - \theta)$$

b相　$e_b = E_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$

$$i_b = I_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi - \theta\right)$$

c相　$e_c = E_m \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right)$

$$i_c = I_m \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi - \theta\right)$$

三相電力の瞬時値pは各相の瞬時電力の和となるから、以下の式で表される。

$$p = p_a + p_b + p_c = e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c$$

$$p_a = e_a i_a = E_m \sin\omega t \cdot\ I_m \sin(\omega t - \theta)$$
$$= E \cdot I\{\cos\theta - \cos(2\omega t - \theta)\}$$

$$p_b = e_b i_b = E_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$$
$$\cdot I_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi - \theta\right)$$
$$= E \cdot I\left\{\cos\theta - \cos\left(2\omega t - \frac{4}{3}\pi - \theta\right)\right\}$$

$$p_c = e_c i_c = E_m \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right)$$
$$\cdot I_m \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi - \theta\right)$$
$$= E \cdot I\left\{\cos\theta - \cos\left(2\omega t - \frac{8}{3}\pi - \theta\right)\right\}$$

$$p = p_a + p_b + p_c$$
$$= E \cdot I\{\cos\theta - \cos(2\omega t - \theta)\}$$
$$+E \cdot I\left\{\cos\theta - \cos\left(2\omega t - \tfrac{4}{3}\pi - \theta\right)\right\}$$
$$+E \cdot I\left\{\cos\theta - \cos\left(2\omega t - \tfrac{8}{3}\pi - \theta\right)\right\}$$

ここで、各相瞬時電力の{　}内第 2項の合計は、以下のとおり零となる。

$$E \cdot I\cos(2\omega t - \theta)$$
$$+E \cdot I\cos\left(2\omega t - \tfrac{4}{3}\pi - \theta\right)$$
$$+E \cdot I\cos\left(2\omega t - \tfrac{8}{3}\pi - \theta\right) = 0$$

$$\therefore p = 3E \cdot I\cos\theta \cdots ⑩$$

⑩式より、三相回路の瞬時電力（平均電力）は、時間 tに関係なく一定であり、1 相分の瞬時電力の 3 倍となることがわかる。
また、⑩式を線間電圧で表すと以下の式となる。

$$P = 3E \cdot I\cos\theta = 3 \times \frac{V}{\sqrt{3}} \times I\cos\theta$$
$$\therefore P = \sqrt{3} V I\cos\theta$$

◆電圧降下と各電力の関係

電圧降下を求める④式を変形し、受電端有効電力 P_rと受電端無効電力 Q_rを用いて書き直すため、分母分子にそれぞれ V_rを掛ける。

$$v = \frac{\sqrt{3}V_r IR\cos\theta + \sqrt{3}V_r IX\sin\theta}{V_r}$$

ここで、$P_r = \sqrt{3}V_r I\cos\theta$ 、$Q_r = \sqrt{3}V_r I\sin\theta$を代入すると、電圧降下 vは以下のとおり表される。

$$v = \frac{P_r R + Q_r X}{V_r} = \frac{P_r}{V_r}(R + X\tan\theta)$$
$$= \frac{P_r}{V_r}\left(R + X\frac{\sqrt{1-\cos^2\theta}}{\cos\theta}\right)$$

ただし、$Q_r = P_r \tan\theta$
なお、中長距離送電線の線路定数は、一般に $R \ll X$であるから、上式は以下のように近似することができ、電圧降下は無効電力の大きさに影響されることがわかる。

$$v \fallingdotseq \frac{Q_r X}{V_r}$$

◆電力損失（送配電損失）

発電所で生産した大電力を消費地まで長距離に亘り輸送する役割の送電線は、輸送途中のロスを極力小さくして効率を高めることが重要であり、その指標として送配電損失率がある。
全国平均の送配電損失率は、図 7 に示すとおり、2015 年度の実績では 4.7%となっている。

また、供給力に対する送配電損失を含めた電力損失の割合を示す総合損失率は、2015 年度の全国平均で 7.8%（出典：電気事業便覧）となっている。

送配電系統の主な電力損失は導体の抵抗損（ジュール損）であるから、抵抗損を軽減するため、線路電流を小さくするか線路抵抗を小さくする対策が考えられる。以下に代表的な対策例を示す。

①送配電電圧の昇圧（格上げ）
②電力用コンデンサの設置

③電線の太線化、系統の分割・短縮
④負荷中心への変電所や柱上変圧器の設置
⑤負荷電流の不平衡是正、負荷力率の改善

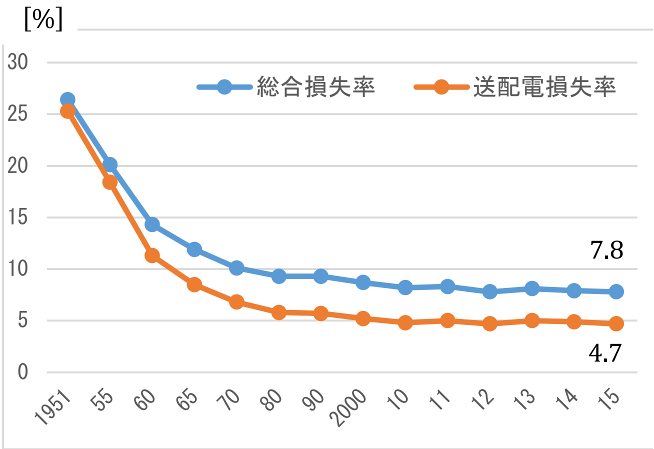

図 7　電力損失の推移（出典：電気事業便覧）

＜ポイント＞

- 解答で示した 1相分の等価回路（図 1）は、交流回路計算で学習した *RL* **直列回路**であり、昨年の電験三種奮闘講座「機械① 変圧器」で説明したとおり、変圧器の電圧変動率の算出にも応用されるなど、交流計算において最も基本的かつ重要な回路といえる。電圧降下の算出にあたっては送電端電圧の算出が必要となるが、交流回路計算をベースに「等価回路→電圧則→ベクトル図→式の導出」を繰り返し学習して理解を深めてほしい。
- 線路インピーダンス、受電端電圧、線路電流及び力率がわかれば、等価回路とベクトル図を用いて、以下のような諸量（電気的特性）を求めることができる。それぞれの関係性を意識して演習することが大切である。
  ①送電端電圧
  ②受電電力
  ③電圧降下、電圧降下率及び電圧変動率
  ④送電損失
  ⑤送電端電力及び送電損失率
  ⑥無効電力及び皮相電力
  ⑦送電端力率
  また、送配電系統の計算にあたっては、1相分の等価回路を用いての計算となるが、その際に用いる電圧は線間電圧ではなく**相電圧**、電流は相電流ではなく**線電流**、力率角は**負荷力率角**（正確には受電端相電圧と線電流との相差角）、インピーダンスは **1線あたりのインピーダンスである**との理解が重要である。
- 交流電力は、直流電力と違い周波数があることから、電気的計算にあたってはインダクタンス（*L*）や静電容量（*C*）などの線路定数を考慮する必要がある。これらの線路定数により、交流の電圧と電流には位相差が生じるため、交流電力には有効電力、無効電力及び皮相電力の 3 種類の電力が存在する。これら 3 種類の電力相互の関係性（電力ベクトル）、力率と無効電力との関係などの学習も大切である。（T．W.）