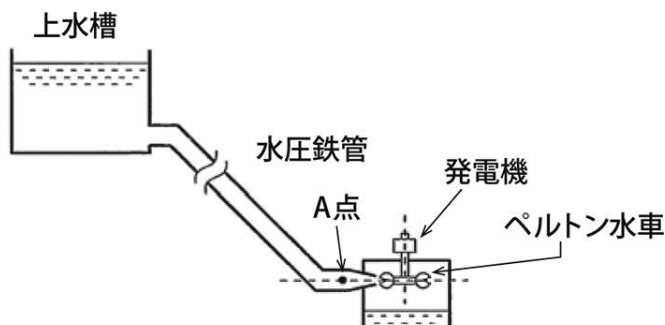


【問題】

ペルトン水車を1台もつ水力発電所がある。図に示すように、水車の中心線上に位置する鉄管のA点において圧力 p [Pa]と流速 v [m/s] を測ったところ、それぞれ 3 000 kPa、5.3 m/s の値を得た。また、この A 点の鉄管断面は内径 1.2 mの円である。次の(a)及び(b)の間に答えよ。

ただし、A点における全水頭 H [m]は位置水頭、圧力水頭、速度水頭の総和として、 $h + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}$ より計算できるが、位置水頭 h は A 点が水車中心線上に位置することから無視できるものとする。また、重力加速度は $g = 9.8\text{m/s}^2$ 、水の密度は $\rho = 1\,000\text{kg/m}^3$ とする。



(a) ペルトン水車の流量の値 [m³/s]はいくらか。

(b) 水車出力の値 [kW]はいくらか。ただし、A点から水車までの水路損失は無視できるものとし、また水車効率は 88.5%とする。

(出典：2014年度第3種電気主任技術者試験 電力問15改題)

【解答】

(a) 流量 Q [m³/s]とは、管の中を水が流れているとき、その任意の断面積を単位時間に通過する水の量と考えられるので、断面積 A [m²]と流速 v [m/s]の積として以下のとおり表せる。

$$Q = Av[\text{m}^3/\text{s}] \cdots \text{①}$$

ここで、A 点における鉄管断面積は、

$$A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 [\text{m}^2] \text{ と表せる。}$$

ただし、 D ：内径[m]

題意より、ペルトン水車の流量の値は、A 点に

おける流量に等しいと考えられることから、①式に数値を代入して流量を求める。

$$\begin{aligned} Q &= Av = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 v \\ &= \pi \left(\frac{1.2}{2}\right)^2 \times 5.3 \approx 5.99 \approx 6.0[\text{m}^3/\text{s}] \text{ (答)} \end{aligned}$$

(b) A 点における流水が保有する全エネルギーは全水頭 H として表され、題意より以下のとおり示すことができる。

$$H = h + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} [\text{m}] \cdots \text{②}$$

また、A点における位置水頭 h は、題意より無視することができるため、②式に数値を代入して全水頭 H を求める。

$$H = 0 + \frac{3\,000 \times 10^3}{1\,000 \times 9.8} + \frac{5.3^2}{2 \times 9.8}$$

$$\approx 307.5[\text{m}]$$

水車出力 P は、理論水力 P_0 (=水車入力) に水車効率 η_w を乗じたものとして、以下のとおり表すことができる。

$$P = P_0 \eta_w [\text{kW}] \cdots \textcircled{3}$$

ここで、本発電所における理論水力は、全水頭 H ならびに流量 Q を用いて次式で示される。なお、全水頭 H は題意より、A点から水車までの水路損失は無視できることから、有効落差として扱うことができる。

$$P_0 = 9.8QH [\text{kW}] \cdots \textcircled{4}$$

③式に数値を代入して水車出力を求める。

$$P = P_0 \eta_w = 9.8QH \eta_w$$

$$= 9.8 \times 5.99 \times 307.5 \times 0.885$$

$$\approx 15\,975 \approx 16\,000 [\text{kW}] \text{ (答)}$$

【補足】

◆ベルヌーイの定理 (流水のもつエネルギー)

図1のような管の中を流れている水のもつエネルギーは、位置エネルギー、運動エネルギー、圧力によるエネルギーの3つに分けることができる。

質量 $m[\text{kg}]$ の物体を重力に逆らって高さ $h[\text{m}]$ まで持ち上げたとき、その物体にされた仕事は力×距離で表されるから、重力加速度を $g = 9.8\text{m/s}^2$ とすると重力は $mg[\text{N}]$ と表せ、仕事 $W = mgh[\text{J}]$ となる。

高さ $h[\text{m}]$ にある質量 $m[\text{kg}]$ の水が $h[\text{m}]$ 落下すれば、その水は $mgh[\text{J}]$ の仕事をするので、 $mgh[\text{J}]$ の位置エネルギーをもっているといえる。

次に、質量 $m[\text{kg}]$ の水が速度 $v[\text{m/s}]$ で流れているとき、その水は $\frac{1}{2}mv^2[\text{J}]$ の運動エネルギー

をもっているといえる。

最後に、質量 $m[\text{kg}]$ の水の圧力によるエネルギーは、高さ $h[\text{m}]$ の水柱に働く圧力 $p[\text{Pa}]$ に相当する (重力による) エネルギーと考えられ、 $\frac{m}{\rho}p[\text{J}]$ で表される。

ボールが落下する場合を考えると、高さが低くなるに従い位置エネルギーは減少していく一方で、運動エネルギーは増加していくことになるが、位置エネルギーと運動エネルギーの和は、エネルギー保存の法則によりどの位置でも同じで変化しない。これは管の中を流れる流水にもいえることである。

以上のことから、質量 $m[\text{kg}]$ の水がもつエネルギーは次式のとおり示すことができる。

$$mgh + \frac{m}{\rho}p + \frac{1}{2}mv^2 = \text{一定}[\text{J}] \cdots \textcircled{5}$$

⑤式を重力 $mg[\text{N}]$ で割ると、各項は高さ (落差) の単位 $[\text{m}]$ に統一され、以下のとおり書き直すことができる。

$$h + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = H : \text{一定}[\text{m}] \cdots \textcircled{6}$$

⑥式をベルヌーイの定理といい、各項は、それぞれ位置水頭 (h)、圧力水頭 ($\frac{p}{\rho g}$)、速度水頭 ($\frac{v^2}{2g}$) と表現され、その総和 H は、高さや流速が変化してもエネルギー保存の法則より一定である。なお、総和 H を全水頭という。

大事なことは、どの地点においても全水頭の大きさは一定であり、各水頭の大きさは位置により変化する、つまりエネルギーの形態が変化するということである。

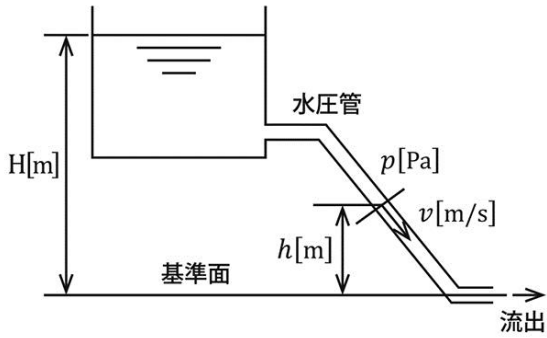


図 1

<速度水頭>

図2において、水槽の水面（静水面）の高さが h [m]、静水面における流速が 0 m/s、圧力が p_0 [Pa]（大気圧）、管の出口の高さが 0 m（基準面）、基準面における流速が v [m/s]、圧力が p_0 [Pa]（大気圧）のとき、ベルヌーイの定理より以下の式が成り立つ。

$$\underbrace{h + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{0}{2g}}_{\text{水槽の水面}} = \underbrace{0 + \frac{p_0}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}}_{\text{管の出口}}$$

水槽の水面 管の出口

$$\therefore h = \frac{v^2}{2g} [\text{m}] \cdots \textcircled{7}$$

つまり、流速 v [m/s]の水は、高さ h [m]の水頭を有するということであり、この h の値を速度水頭という。

ここで、⑦式を変形して流速を求めると、

$$v = \sqrt{2gh} [\text{m/s}] \cdots \textcircled{8}$$

これを水の理論速度という。

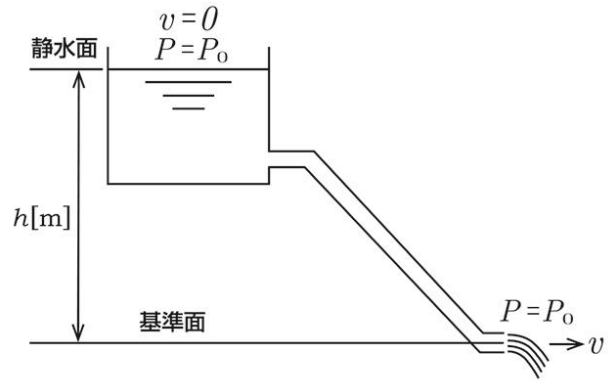


図 2

<圧力水頭>

図3のような断面積 A [m²]のU字管において左側の管の水面を圧力 p [Pa]で押すと、右側の管の水位が h [m]上昇する。この状態を式で表すと次式となる。

左側の管の水面を押す力 = pA [N]

右側の水面と左側の水面との水位差 h [m]の水柱により底面に働く力 = ρgAh [N]

左右の力はつりあっているため、

$$pA = \rho gAh$$

$$\therefore h = \frac{p}{\rho g} [\text{m}] \cdots \textcircled{9}$$

つまり、圧力 p [Pa]の水は、高さ h [m]の水頭を有するということであり、この h の値を圧力水頭という。

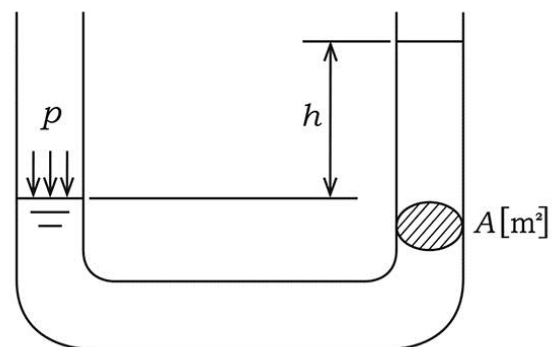


図 3

◆理論水力について

次に、流水により水車に供給されるエネルギーを考える。

ベルヌーイの定理で述べたように、高さ $H[m]$ にある質量 $m[kg]$ の水が $H[m]$ 落下すれば、その水は、 $mgH[J]$ の位置エネルギーをもっているといえる。

水は $1m^3$ あたりの質量が $1000 kg$ であるので、水車に供給される流量を $Q[m^3/s]$ とすれば、毎秒 $1000Q[kg]$ の水が落下すると考えられことから、水車に供給される単位時間あたりのエネルギー（仕事率） $P_0[J/s]$ は、以下のとおり表せる。

$$\begin{aligned} P_0 &= 1000QgH = 9800QH[J/s] \\ &= 9.8QH \times 10^3 [W] \\ \therefore P_0 &= 9.8QH [kW] \cdots \textcircled{10} \end{aligned}$$

これを理論水力といい、流量 Q と落差 H により理論上の水車出力が決定される。

ここで H を有効落差とよび、発電時において水車の運転に利用できる落差（全水頭）である。有効落差 H は、ダム等貯水池の水位（静水面）と放水地点での水位（放水面）の高低差を表す総落差 H_G と、管壁と流水との摩擦によるエネルギー損失を示す損失落差 h_l との差を表す。

◆水車の種類と特徴

水車は水のもつエネルギーを機械的エネルギーに変換し発電機を回転させる装置であり、動作原理によって、衝動水車と反動水車の2種類に大別される。

衝動水車は図4に示すように、水のもつエネルギーを運動エネルギー（速度水頭）に変えた流水の衝撃力でランナ（回転子）を回転させる原理の水車で、水鉄砲のイメージである。衝動水車の代表例はペルトン水車であり、ニードル弁で水車への流量（ Q ）調整を行い出力変化に対応する。

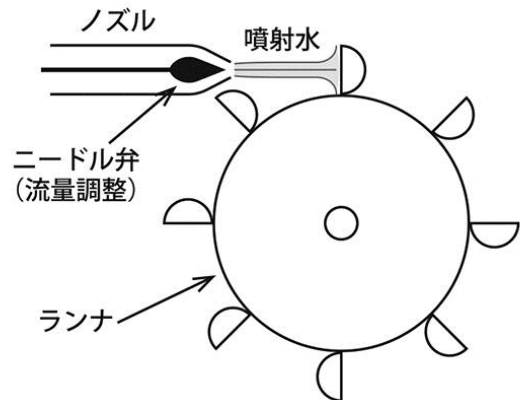


図4

反動水車は、反動作用と衝動作用が同時に作用しており、渦巻きポンプと同じ原理である。渦巻きポンプは羽根車の回転により水に圧力と速度のエネルギーを与え、水が胴体を通る間にその速度エネルギーを圧力エネルギーに変換し低圧の場所から高圧の場所に送水する構造となっている。なお、反動水車にはフランス水車、プロペラ水車、斜流水車があり、ガイドベーンで水車への流量（ Q ）調整を行い出力変化に対応する。また、ランナ出口から放水面までの落差を有効に活用するために吸出し管（ドラフトチューブ）が設置される点が特徴である。

◆需要曲線とエネルギーミックス

1日の各時刻に対する需要の大きさを表したものを日負荷曲線と呼び、その需要に対する電源の分担を表したものを需要曲線と呼ぶ。図5は夏季ピーク時の代表的な需要曲線を表しており、各時刻の需要に対する電源構成が図示されている。このような電源の組み合わせのことをエネルギーミックスという。

エネルギーミックスは、日本におけるエネルギー政策の要諦である「S+3E」、すなわち、安全性（Safety）を前提として、自給率の向上によるエネルギーの安定供給（Energy Security）、経済効率性（Economic Efficiency）の向上、環境への適合（Environment）を達成するためにも重要

な考えとなっている。

水力発電は、全国の発電電力量に占める割合は約9.0%と、火力発電に比べればその割合は小さい。しかし、運用特性として、ごく短時間で始動から全負荷運転が可能であること、出力変化速度が速いため負荷応答性が良好であること、再生可能な国産エネルギーであること、発電にあたってはCO₂を排出しないことなど、「S+3E」の観点から優れた電源である。また、揚水式水力発電においては、揚水用動力を含めた総合効率は高くはないものの、電気エネルギーを水の位置エネルギーとして貯蔵することが可能なことから、近年大量導入されている再生可能エネルギーによる余剰電力を有効に活用することで大容量の貯蔵装置としての運用も期待されている。

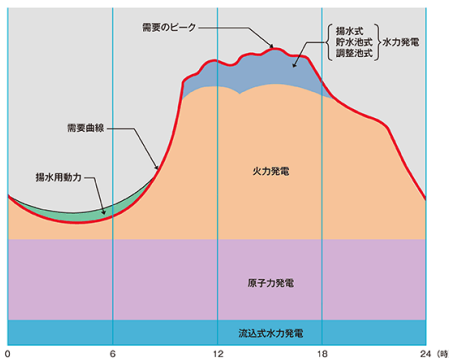


図5 (出典：電気事業連合会HP)

<ポイント>

- 水力発電は、水の位置エネルギーを利用する発電方式であり、本問で取り扱ったベルヌーイの定理(エネルギー保存の法則)の理解が重要である。流水のもつ位置エネルギー、運動エネルギー、圧力のエネルギーの3つのエネルギーは、各地点によりエネルギーの形態が変化するが、各エネルギーの総和(全水頭)は変化しないというこの理解が、解答の前提条件になる。
- 水車効率は、 $\frac{\text{水車出力}}{\text{水車入力}}$ であり、水車入力の水

車に供給される水のエネルギー、つまり理論水力であるという水力発電の基本的なことを理解しておくことが、本問のような応用問題を解答する場合においても大事なことである。

- 電力科目は暗記科目と思われがちであるが、発電設備から送配電設備に至るまで、各設備の物理的意味合いから設備の機能を考えることにより理解を深めることができる。例えば、負荷遮断により入口弁を急速に閉じた場合、流水の流速が0になると運動エネルギーはどうなるか、水車ランナ内の圧力が低下すると沸点(飽和温度)はどうなるか(キャビテーション発生に関係)など、現象が起こる場所が発電設備の内部というだけで、その際生じる結果は一般的な物理現象に他ならないとの理解が必要である。
- 電気主任技術者試験においては、理論科目や電磁誘導など電磁気学の理解が必要な機械科目だけではなく、電力科目においても水力学や熱力学、電磁気学等、物理現象の基本事項の理解が重要となるため、それらの理解を深める学習を心がけることが望ましい。(T. W.)